

Competizione 13 marzo 2000

Anno 2000 proclamato dall'UNESCO ANNO della MATEMATICA

- Solo le risoluzioni degli esercizi n. 3, 6 e 8 non richiedono giustificazioni.
- Ogni risposta, anche se parziale, sarà considerata.

- Si terrà conto dell'accuratezza delle risposte
- Usare un solo foglio-risposta per ciascun esercizio.

Esercizio n. 1 (punti 10)

Domino sulla scacchiera

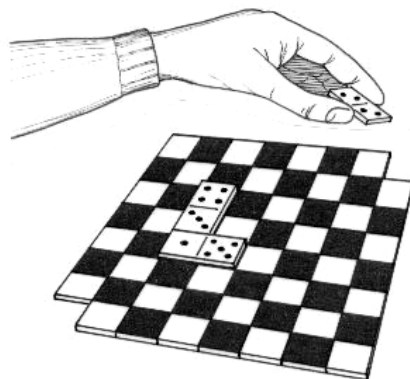
con risposta da redigere nella lingua scelta con non meno di 30 parole

On enlève deux cases noires situées aux coins opposés d'un échiquier, comme sur la figure. On pose 30 dominos sur les cases restantes. Chaque domino recouvre exactement deux cases. Il reste alors deux cases non recouvertes.

Ces cases sont-elles de la même couleur ? Justifier la réponse.

En un tablero, se quitan dos casillas negras en los rincones opuestos, como se indica en la figura al lado. Se colocan 30 fichas de dominó en las casillas restantes : cada dominó cubre exactamente dos casillas. Entonces quedan dos casillas sin cubrir.

¿ Son del mismo color estas casillas ? Justifica tu respuesta.



Bei einem Schachbrett entfernt man zwei schwarze Felder, die in gegenüberliegenden Ecken liegen, so wie es in der Abbildung zu sehen ist. Auf die restlichen Felder verteilt man 30 Dominosteine, wobei jeder Stein genau zwei Felder bedeckt. Zuletzt bleiben zwei Felder frei.

Haben diese Felder die gleiche Farbe ? Begründe deine Antwort.

Two black squares are removed from opposite corners of a chessboard. See diagram opposite. 30 dominoes are then laid on the remaining squares. Each domino occupies exactly two squares. So two remaining squares are uncovered.

Say whether or not these squares are the same colour Justify your answer.

Esercizio n. 2 (punti 5)

Briciole di Euro

Il valore dell'Euro è stato fissato così: 1 euro = 1936,27 lire. Per convertire in euro la somma di vari prezzi dati in lire si può scegliere fra due procedimenti:

- o convertire la somma in euro e arrotondare il risultato al centesimo di euro,
- o convertire ogni prezzo in euro, arrotondando ogni risultato al centesimo di euro, e alla fine sommare questi valori arrotondati.

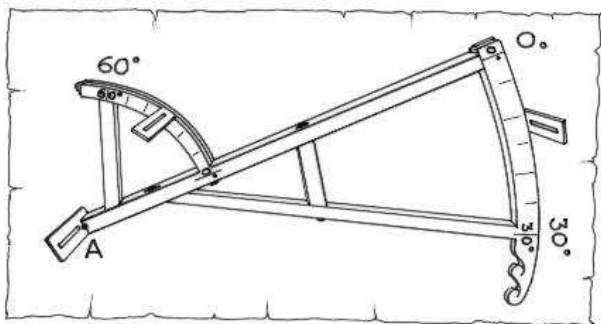
Mostrate a partire da un esempio che questi due metodi possono condurre a risultati diversi.

Esercizio n. 3 (punti 10)

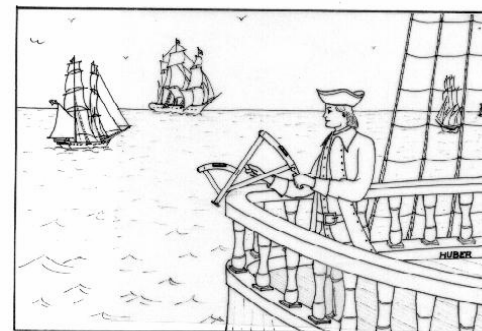
Sestante di Davis

Verso il 1590 il marinaio inglese John Davis mise a punto, a partire dalla ballestriglia, uno strumento che portò il suo nome: il sestante di Davis. Esso permetteva di calcolare l'altezza del sole in gradi. Fu un progresso tale che tutti i navigatori l'usarono fino a metà del diciottesimo secolo.

Questo strumento era costituito da una asticciola alla quale erano fissati due archi di circonferenza. L'arco superiore era graduato da 0° a 60°, quello inferiore da 0° a 30°. Su ognuno dei due archi, aventi entrambi centro A, era posta una fenditura scorrevole.



Per eseguire la misura, l'osservatore dava le spalle al sole e teneva lo strumento in un piano verticale. I raggi del sole, passando attraverso la fenditura dell'arco superiore, illuminavano una fenditura orizzontale posta in A, all'estremità dell'asta. Contemporaneamente l'osservatore mirava l'orizzonte attraverso la fenditura dell'arco inferiore e attraverso la fenditura in A.

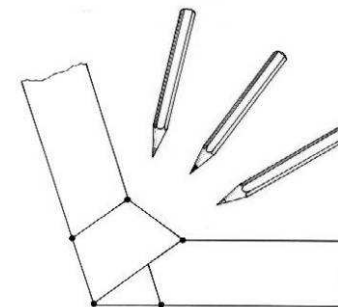


Rappresentate l'osservatore mentre misura l'altezza del sole con un sestante di DAVIS e spiegate come si calcola questa altezza in gradi.

Esercizio n. 4 (punti 5)

Nodo colorato

Con una striscia di carta larga 4 cm fare un nodo come nella figura. Questo nodo fa apparire un pentagono.



Colorate nella stessa tinta tutte le regioni del pentagono che hanno uguale numero di strati di carta. Incollate il nodo colorato sul foglio-risposta.

Esercizio n. 5 (punti 10)

Pixel

La mia calcolatrice visualizza il numero 1 234 567 890 sullo schermo illuminando dei pixel. Per esempio, occorre illuminare 19 pixel per visualizzare la cifra 0 e 21 pixel per il numero 17. Un numero intero non nullo non comincia mai con 0.

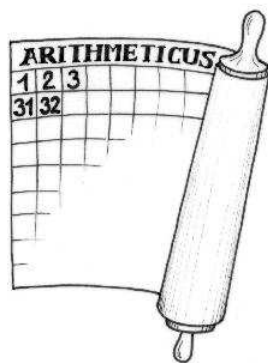


Trovate un numero uguale al numero di pixel illuminati per visualizzarlo. E' unico? Motivate la risposta.

Esercizio n. 6 (punti 5)

Quinta colonna

Nell'esercito romano non si scherza con l'ordine. Ogni legionario porta un numero, che conserva per sempre, che gli permette di conoscere il suo posto. Il generale Arithmeticus ha radunato i suoi 990 legionari e li dispone in formazione rettangolare di 33 righe e 30 colonne. Sistema via via come in figura i soldati. Hocus e Pocus sono entrambi nella quinta colonna e, per fortuna, nessuno dei due si trova in prima linea. Ma Arithmetico viene richiamato a Roma e prende il comando delle truppe il generale Calculus che li risistema con lo stesso criterio, ma in un rettangolo di 30 righe e 33 colonne. Hocus e Pocus si trovano ancora in quinta colonna.



Quali sono i loro numeri? Motivate la risposta.

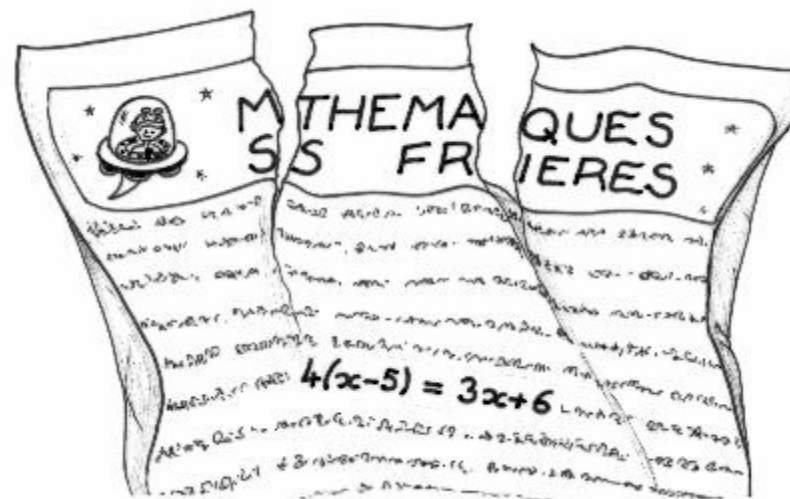
Esercizio n. 7 (punti 10)

Ritorno al futuro

Nell'anno 20000 un "anticologo" ritroverà un fossile in pessimo stato di conservazione che si scoprirà essere stato un foglio di carta. Riuscirà a decifrare in cima alla pagina le lettere "M.THEMA..QUES S..S FR...IERES"; sotto a questa scritta c'è un testo di una decina di righe illeggibili perché distrutte dal tempo, poi una equazione: $4(x - 5) = 3x + 6$.

Dopo aver consultato vari specialisti del periodo post-preistorico l'"anticologo" capisce che si tratta dell'enunciato di un problema matematico di un famoso concorso e della sua soluzione.

Scrivete sul foglio-risposta il testo che verrà ritrovato fra 18 000 anni. Per farlo dovrete inventare un problema e scriverne la soluzione contenente l'equazione ritrovata dall'"anticologo".



Esercizio n. 8 (punti 5)
Come sarà?

Piero dice: "Guarda, ho costruito un solido che ha 6 facce!" Gianni: "Ma lo conosco, è un cubo! Ha 6 facce e 8 vertici." Piero: "Eh no, il mio solido ha solo 5 vertici e, quindi, 9 spigoli." Gianni: "Ma allora le facce non sono quadrate!" Piero: "No, certo, sono tutti triangoli equilateri." Gianni: "Allora, so costruirlo anch'io."

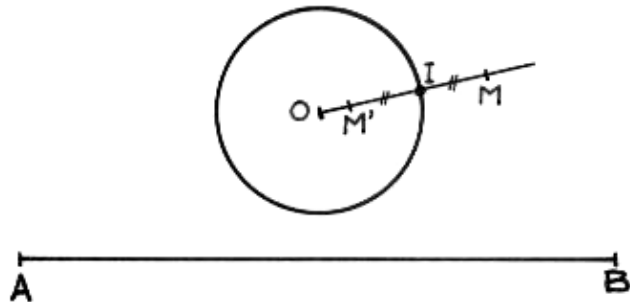
Disegnate sul foglio-risposta un modello e un disegno in prospettiva di questo solido. Come si chiama?

Esercizio n. 9 (punti 10)
Linee trasformate

Ecco come ottenere il punto simmetrico di un punto M rispetto ad una circonferenza di centro O distinto da M :

- si traccia la semiretta OM che taglia la circonferenza nel punto I;
- denominiamo simmetrico di M rispetto alla circonferenza il punto M' simmetrico di M rispetto ad I.

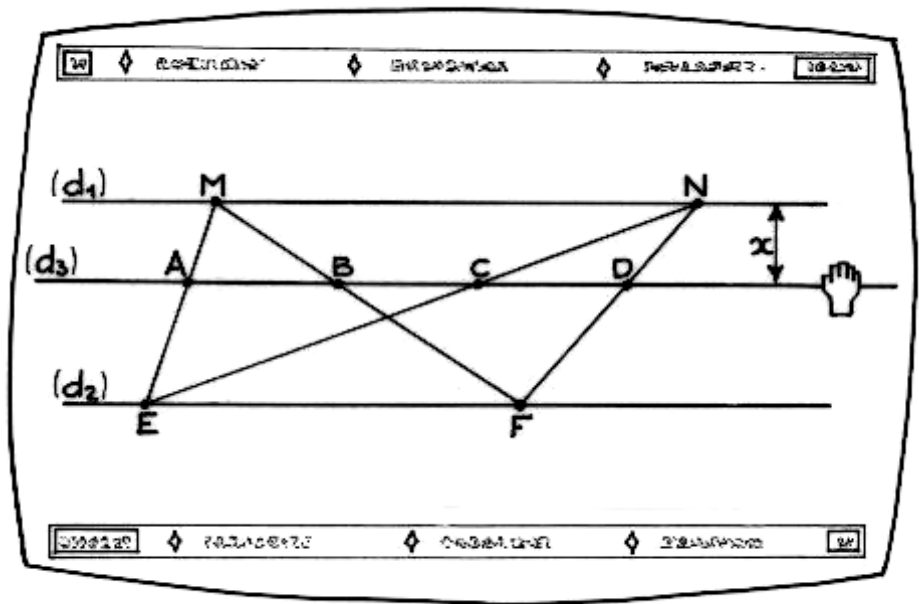
Costruite per punti la figura simmetrica del segmento AB (di lunghezza 22 cm) rispetto alla circonferenza di raggio uguale a 2,5 cm, tale che $OA = OB = 11,5$ cm.



Esercizio n. 10 (punti 15)
Libertà, uguaglianza

Sullo schermo del suo computer Gerardo ha costruito la figura qui riportata. Le rette parallele d_1 e d_2 distano fra loro 1 dm. Gerardo inserisce fra le due la retta d_3 parallela ad esse e osserva che i segmenti AB e CD valutati sullo schermo sono uguali per ogni posizione di d_3 , ma si tratta di valori approssimati.

Dimostrate che $AB = CD$ per ogni retta d_3 .



classe terza

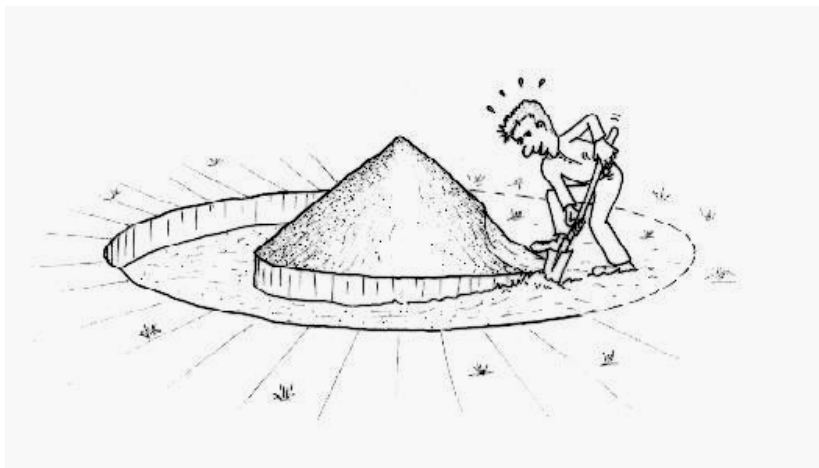
Esercizio n. 11 (punti 5) Per ingannare l'attesa

Fermo sul marciapiede di un binario della stazione di Monza, Luca osserva che

- un treno ha impiegato 6 secondi per passare davanti a lui, viaggiando a velocità costante;
- sono passati 23 secondi tra il momento in cui la testa del treno è arrivata all'inizio del marciapiede, e il momento in cui l'ultimo vagone lascia la fine del marciapiede che è lungo 340 metri. **Calcolate la velocità e la lunghezza del treno.**

classe terza

Esercizio n. 12 (punti 10)



Ragazzino nella sabbia

Per ottenere un mucchio di sabbia Alberto scava un fossato dalle pareti verticali, la cui base è una corona circolare il cui raggio esterno è doppio del raggio interno. Con tutta la sabbia estratta Alberto forma un cono circolare la cui base coincide perfettamente col cerchio intorno a cui ha scavato. Ad un certo punto il padre di Alberto gli chiede di smettere di scavare

ed osserva: "Il tuo mucchio di sabbia ha la forma di un cono circolare. Se tu ti metti ritto nel fossato la cima del mucchio di sabbia arriva esattamente allo stesso livello della sommità della tua testa." In quel momento il fossato scavato da Alberto è profondo 15 cm.

Quanto è alto il giovane Alberto? Giustificate la risposta.

classe terza

Esercizio n. 13 (punti 15) Questione di vasi

Ecco la sezione di due vasi da fiori identici uno nell'altro. Durante l'inverno io ripongo 10 vasi vuoti uguali a questi infilati uno nell'altro.

Dati: $R = 9$ cm ; $r = 5$ cm $H = 18$ cm ; $e = 0,5$ cm.

Qual è l'altezza esatta della pila? Motivate la risposta.

