

Prova d'allenamento 2000 (8-11 febbraio 2000)

- Solo le risoluzioni degli esercizi n. 2, 3, 4, 6 e 8 non richiedono giustificazioni.
- Ogni risposta, anche se parziale, sarà considerata.
- Si terrà conto dell'accuratezza delle risposte
- Ogni soluzione deve essere riportata su fogli-risposta separati.

Esercizio n. 1 (punti 10)

Due pesi, due misure

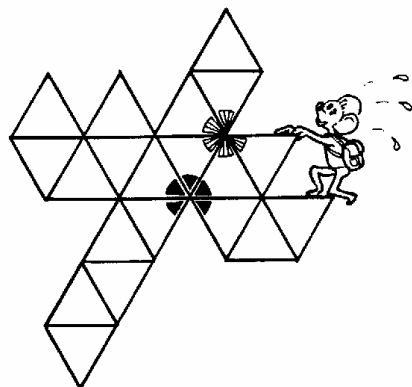
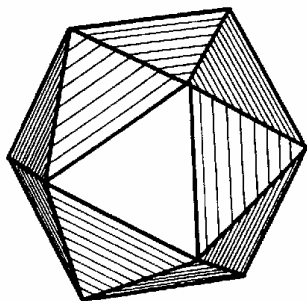
con risposta da redigere nella lingua scelta con non meno di 30 parole

- ❑ Antoine dispose de 4 billes identiques à l'œil appelées A, B, C et D. Parmi elles, 3 ont la même masse et la quatrième a une masse différente. Il ne sait pas si cette bille est plus lourde ou plus légère que les autres.
Antoine ne possède qu'une balance permettant de comparer des masses et il doit déterminer la bille différente des autres en 2 pesées maximum.
Comment doit-il procéder ?
- ❑ Antonio posee cuatro canicas, aparentemente idénticas, llamadas A, B, C, D.
Tres de ellas tienen la misma masa y la cuarta tiene una masa diferente. No sabe si esta cuarta canica pesa más o menos que los demás.
Antonio sólo tiene una balanza que permite comparar masas y tiene que encontrar la canica diferente de las demás en sólo dos pesadas.
¿ Cómo tiene que proceder ?
- ❑ Antoine has got 4 apparently identical marbles called A, B, C and D. 3 of them have a similar mass, and the fourth marble has got a different one.
He doesn't know if this marble is heavier or lighter than the others.
Antoine has only got scales that enable him to compare masses and he has to determine which marble is different from the others in a maximum of 2 weighings.
How does he have to proceed ?
- ❑ Antoine hat vier Murmeln, die mit A, B, C und D bezeichnet sind, sonst aber völlig gleich aussehen. Drei dieser Murmeln haben die gleiche Masse. Die Masse der vierten Murmel unterscheidet sich von der Masse der anderen. Er weiß jedoch nicht, ob diese Murmel leichter oder schwerer als die anderen ist.
Antoine besitzt eine Balkenwaage, mit deren Hilfe er nur die Massen vergleichen kann. Mit höchstens zwei Wägungen kann er feststellen, welche der vier Murmeln sich von den anderen unterscheidet.
Wie muss er dabei vorgehen ?

Esercizio n. 2 (punti 5)

Riunione al vertice

L'icosaedro è un poliedro regolare con 12 vertici e 20 facce che sono triangoli equilateri. Riprodurre sul foglio – risposta la figura dello sviluppo qui riportato, poi, come sul modello, evidenziare nello stesso modo (con il colore o con altri contrassegni) gli angoli dei triangoli i cui vertici si inseriscono nello stesso vertice dell'icosaedro.



Esercizio n. 3 (punti 10)

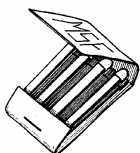
Topo-logico

Con un dato numero di fiammiferi si formano sul tavolo delle figure che soddisfano alle seguenti regole:

- ogni fiammifero ne tocca almeno un altro ad una delle estremità;
- i contatti possono avvenire solo alle estremità.

Due configurazioni si considerano uguali se si può passare dall'una all'altra spostando dei fiammiferi senza sollevarli e conservando i contatti.

Per esempio, ecco due configurazioni uguali:



Così ci sono solo tre modi di combinare tre fiammiferi:
E cinque modi di combinarne quattro:



In quanti modi si possono combinare 5 fiammiferi?
Disegnare le figure corrispondenti.

Esercizio n. 4 (punti 5)

Matemati-carmi

Da lui sappiamo che
frazioni che al quadrato dan due
non ce n'è;
per moltiplicare ci ha dato una tavola
che per noi è davvero una favola.
C'è anche un teorema molto usato
Certamente l'avrete individuato!

Per l'Egitto io fui $\left(\frac{16}{9}\right)^2$.

Dei secoli nel corso
Ogni mio decimale fu rincorso:
più d'un miliardo al computer oggi.
Voi mi scrivete in modo più opportuno:

son l'area del cerchio a raggio uno.

Di chi o di che cosa parla ognuno di questi due testi?

Con lo stesso criterio scrivete anche voi un testo poetico legato alla matematica.

Esercizio n. 5 (punti 10)

Corsa al 2000

Alberto e Giulia giocano con le date di quest'anno: chi dei due comincia per primo sceglie il numero di un giorno di gennaio, ad es. il 6/1, poi, a turno, ognuno propone un'altra data con il vincolo di conservare o il numero del giorno o il mese della data proposta per ultima. Per esempio, dopo il 6/1 si possono proporre date come 10/1, 20/1, oppure 6/2, 6/4, 6/9... Vince il primo che arriva al 31/12. Dopo qualche partita Giulia afferma che c'è una strategia vincente. Spiegare questa strategia.

Esercizio n. 6 (punti 5)

Il commissario B.

Topolino deve aiutare il commissario Basettoni a risolvere il primo quesito del 2000. Si deve riuscire ad aprire una porta dotata di combinazione; la combinazione è costituita da una parola chiave che è la risposta ad un indovinello e da ? cifre che Topolino deve trovare, legate da alcune condizioni alla parola soluzione dell'indovinello.

Indovinello

La vita è bella,
spesso quel mostro del destino
ci infilza come uno stecchino.

Qual è il mio cognome?

Le condizioni

- Il valore corrispondente alla terza lettera è due volte quello corrispondente alla prima.
- Il valore corrispondente alla quarta lettera differisce di 2 dal valore corrispondente alla quinta.

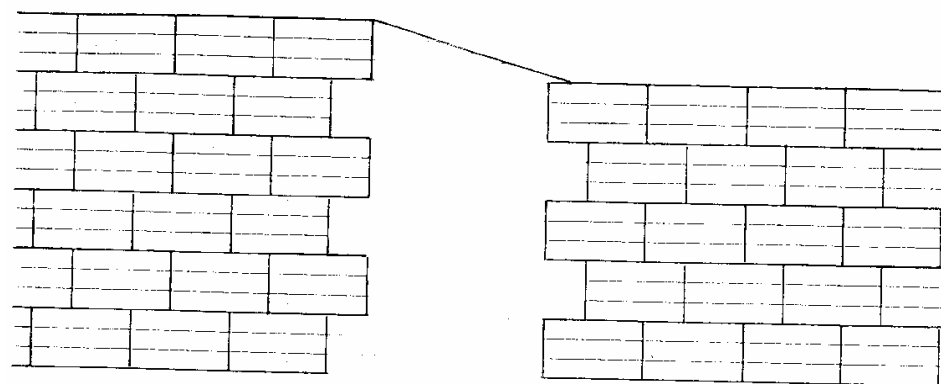
- Il valore corrispondente alla terza lettera è dato dalla differenza dei valori corrispondenti alla seconda e alla prima.
- Il valore corrispondente alla settima lettera è dato dal prodotto tra i valori corrispondenti alla quarta e alla quinta.
- Il valore corrispondente alla seconda lettera è dato dal quadrato del valore della prima lettera sommato al valore corrispondente alla prima.

(Concorso "A. Bernasconi" 1999 Fabio Galbiati e Mirko Maino – IPIA Monza)

Esercizio n. 7 (punti 10)

La grande muraglia

2500 anni fa un imperatore cinese Vin-Ci-Gioc decise di far realizzare la più grande opera difensiva di tutti i tempi. I lavori furono affidati ai due famosi costruttori del tempo: Ar-Chi-Tet e In-Gegn-Er. Uno cominciò a realizzare la muraglia dall'Ovest della Cina dirigendosi verso Est, l'altro dall'Oriente in direzione opposta. I due procedettero fino ad incontrarsi, ma quando si dovettero unire le due parti si presentò un inconveniente: per un



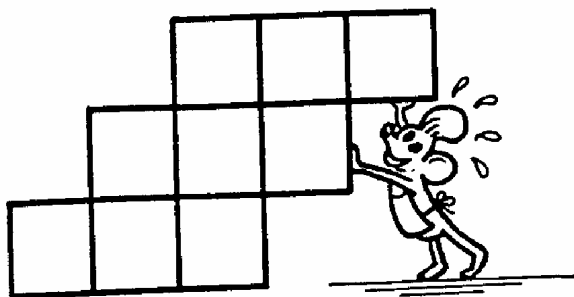
errore di misura l'altezza delle due parti risultò diversa. Fortunatamente Ar-Chi-Tet e In-Gegn-Er riuscirono a realizzare un raccordo, ancora oggi osservabile. Sapendo che i due utilizzarono, senza che rimanesse alcuno scarto, 12 massi identici agli altri, sapreste dire il minimo di tagli che dovettero effettuare?

(Concorso "A. Bernasconi" 1999- Andrea Marchi- L.s. "Redi" Arezzo)

Esercizio n. 8 (punti 5)

Numeri in gabbia

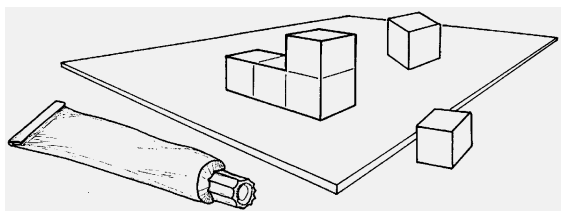
Numerare le nove caselle da 1 a 9 in modo che non ci siano mai né nella stessa riga né nella stessa colonna né nella stessa diagonale due numeri interi consecutivi.



Esercizio n. 9 (punti 10)

Costruzione di cubi

Wcyo, abitante del pianeta Xjaz, ha a disposizione dei cubetti di spigolo uguale ad un centimetro. Incolla una faccia del primo cubo su una tavoletta, poi prende un secondo cubo e lo incolla al primo per una delle sue facce; questo secondo cubo può eventualmente essere incollato anche al piano e così via: ogni nuovo cubo è attaccato per una sola delle sue facce ad una faccia di uno dei cubi precedenti e può avere eventualmente un'altra faccia attaccata alla tavoletta. Alla fine Wcyo trova che la superficie esterna della costruzione misura 30 cm^2 .

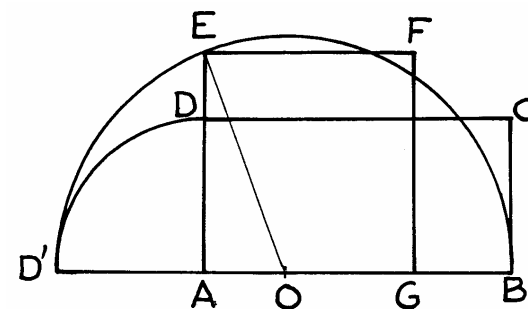


Da quanti cubi può essere formata la costruzione? Disegna sul foglio – ri-sposta una di queste costruzioni, spiegando perché soddisfa alla richiesta.

Esercizio n. 10 (punti 15)

Quadratura

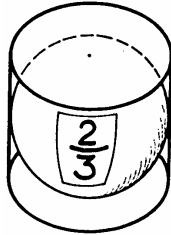
“Quadrare un rettangolo” vuol dire costruire con riga e compasso un quadrato equivalente. Ecco il metodo usato da Euclide per quadrare il rettangolo ABCD di lunghezza AB e larghezza AD. Sulla retta AB si riporti il segmento $AD' = AD$ in modo che A sia compreso tra D' e B. Si costruisca la semicirconferenza di diametro $D'B$ posta nel semipiano di D che incontra in E la retta AD. Si costruisca il quadrato AGFE e si dimostri che è equivalente a ABCD.



Esercizio n. 11 (punti 5)

Archi-nota

Scolpita sulla tomba di Archimede, questa figura illustra una proprietà da lui dimostrata. Enunciare questa proprietà e dimostrarla.



classe terza

Esercizio n. 12 (punti 10)

Per un pelo

Il documento riprodotto è tratto dal "Compendion Del Abaquos", scritto in lingua occitana da Francesco Pelos nel 1492. Camilla e Davide, privi di calcolatrice, cercano di capire il valore $32 \frac{1}{65}$ proposto da Pelos. Camilla: "E' facile; so calcolare l'ipotenusa del triangolo di destra." Davide: " $32^2 = 1024$ e $33^2 = 1089$. Bisogna passare da 1024 a 1025." Giustificare l'affermazione di Camilla e completare il metodo iniziato da Davide per ritrovare $32 \frac{1}{65}$



classe terza

Esercizio n. 13 (punti 15)

e per finire ...il dolce

La torta di zia Susanna è magnifica e piena di sorprese, Quando la si taglia si scopre che la zia ha avuto un bel daffare a prepararla! E' fatta di due impasti diversi: uno è alla vaniglia e l'altro al cioccolato. Ci sono tre strati della medesima altezza. Lo stampo in cui è stata cotta è circolare. La scacchiera che si ottiene sulla fetta è fatta di 12 rettangoli aventi le stesse dimensioni. Basta guardarla per avere l'acquolina in bocca! Contando i rettangoli bianchi e quelli scuri Gastone, uno dei nipotini, esclama: "Guarda, sembra che nella torta ci sia tanta vaniglia quanto cioccolato." Gastone ha ragione? Giustificare la risposta.

